ЛЕКЦИЯ-9

§10. Бірнеше айнымалы функцияның экстремумы

Айталық $z = f(x, y)$ функциясы D облысында анықталған және $M_0(x_{0,}, y_0)$ облыстың ішкі нүктесі болсын.

Анықтама. $f(x, y)$ функциясының $(x_{0,}, y_0)$ нүктесінде локальдық максимумы (локальдық минимумы) бар деп атайды, егер осы нүктенің қайсыбір жеткілікті аз аймағында

$$f(x, y) \leq f(x_0, y_0),\ (f(x_0, y_0) \leq f(x, y))$$

теңсіздіктері орындалса.

Локальдық максимумы мен локальдық минимумды біріктіріп, локальдық экстремум деп атайды.

Егер $M(x, y)$ нүктесі M_0 нүктесінің аймағында жатса, $z = f(x, y)$ функциясының толық өсімшесі

$$\Delta z = f(M) - f(M_0)$$

және $\Delta z \leq 0, (\Delta z \geq 0)$ болғанда локальдық максимум (минимум) бар.

1-теорема. (Экстремумның қажетті шарты). Егер $z = f(x, y)$ функциясының $M_0(x_0, y_0)$ нүктесінде экстремумы және осы нуктеде дербес туындылар бар болса, онда

$$f'_x(x_0, y_0) = 0,\ \ f'_y(x_0, y_0) = 0 \qquad (1)$$

Дәлелдеуі. (1) өрнектегі бірінші теңдікті дәлелдейміз. Айталық (x_0, y_0) нүктесінде максимум бар болсын. $z = f(x, y)$ функциясында $y = y_0$ тұрақты шама етіп алсақ, $z = f(x, y_0)$ бір айнымалыдан тәуелді функция болады, оның туындысы дербес туындымен дәл келеді. Бір айнымалы $z = f(x, y_0)$ функциясының x_0 нүктесінде максимумы бар, онда $f'_x(x_0, y_0) = 0$ белгілі. Дәл осылай (1) өрнектегі екінші теңдікте дәлелденеді.

Теорема дәлелденді.